(1)

UNIT-2

Paper II

→ Columm's Law in vaccum expressed in vector forms,

→ Calculations of E for Simple distribution of charges at rest.

→ Dipole and quadrupole fields.

→ work done on a charge in an electrostatic field. expressed as a line integral.

→ Conservative nature of the electrostatic field.

→ Relation between Electric potential and electric field torque on a dipole in a uniform electric field and its energy, flux of the electric fied.

→ Gauss's Law and its application.

→ E due to - ① An Infinite line of charge.

② A Charged cylindrical conductor.

③ An Infinite sheet of charge and two parallel charged Sheets., Capacitors.

→ Electric field Energy.

→ Dielectric susceptibility and permittivity

→ Polarizability and mechanism of Polarization.

→ Lorentz local field.

→ Clausius Mossotti equation.

→ Debye equation.

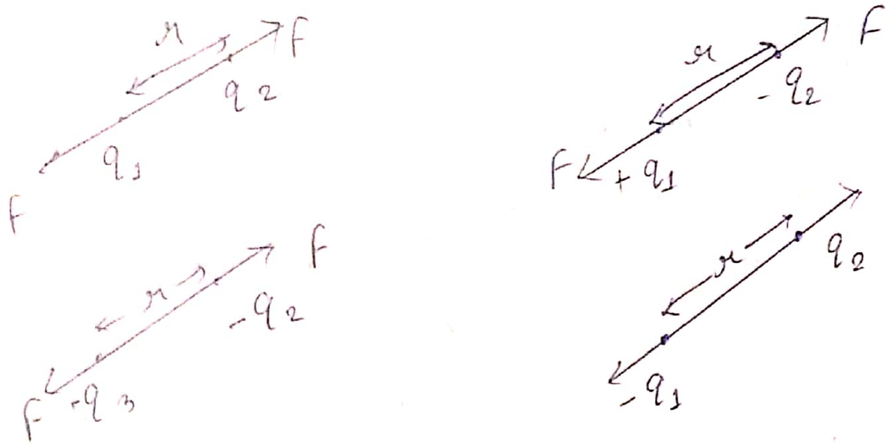
→ Electrostatic field energy.

→ Force per unit area of the surface of a conductor in an electric field

→ Conducting sphere in uniform electric field.

→ Columb's Law in Vaccum expressed in Vectors forms!-

किन्हीं दो बिन्दु आवेशों के मध्य लगने वाला आकर्षण या प्रतिकर्षण बल उन दोनों आवेशों के परिणाम के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच के दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।



(a) सजातीय आवेशों के मध्य बल   (b) विजातीय आवेशों के मध्य बल

(1) $F \propto q_1 q_2$ — (1)   (2) $F \propto \frac{1}{r^2}$ — (2)

समी० (1) व (2) से :-

$$F \propto \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \hat{r}$$

$$\Rightarrow F = a \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \hat{r} \quad \text{— (3)}$$

ε_0 निर्वात में विद्युतशीलता है इसका मान 8.85×10^{-12} ~~C^2/Nm~~ $C^2/N \times m^2$ होता है।

S.I. पद्धति मे $a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

समी० (3) से :-

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \hat{r} \ N \quad \text{— (4)}$$

जहाँ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9$ N-m²/Column²

(2)

$\Rightarrow \vec{P}_{in} = \alpha_{in} \vec{E}_0$ —(1)

α_{in} = आण्विक ध्रुवणता

$\vec{P} = n P_{in}$ —(2) { n = no. of atoms, P = total polarization }

समी० (1) से :-

$\Rightarrow \boxed{\vec{P} = n \alpha_{in} \vec{E}_0}$ —(3)

V.V.Imp 2009

~~DEP~~ संबंध

Displacement vector (विस्थापन सदिश) :-

यदि वायु में q आवेश है तो x दूरी पर विद्युत क्षेत्र उत्पन्न :-

$$\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{x^2} \hat{x}$$

किन्तु परावैद्युत माध्यम में विद्युत क्षेत्र :-

$$\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{x^2} \cdot \hat{x}$$

किसी माध्यम में विद्युत क्षेत्र का मान माध्यम की प्रवृत्ति पर निर्भर करती है। परावैद्युत पदार्थ के गुणों का अध्ययन करने के लिए एक ऐसे विद्युत vector $\vec{D}$ की कल्पना करते हैं जो माध्यम की ~~प्रक~~ प्रकृति पर नहीं करता है बल्कि केवल वास्तविक आवेशों तथा उनके वितरण पर निर्भर करता है। इस electric vector को Displacement vector $\vec{D}$ कहते हैं।

According Gauss's Law :-

$$\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot q$$

किन्तु परावैद्युत धारा समान्तर प्लेट संधारित्र तथा गॉस के नियम के लिए:-

$$\iint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q_f + q_p) \quad \text{—} (1)$$

अब D पदों में गॉस का नियम

$$\iint_S \vec{D}\cdot d\vec{a} = q_f$$

$$\vec{D}\cdot a = q_f$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{D}\cdot \cancel{a} = \frac{q_f}{a}} \quad \text{—} (2)$$

व्यापक रूप में स्वतंत्र आवेशों का पृष्ठ घनत्व :-

D = स्वतन्त्र आवेशों का पृष्ठ घनत्व

$$\Rightarrow D = \frac{q_f}{a} \qquad \left[\because \frac{q}{a} = \sigma\right]$$

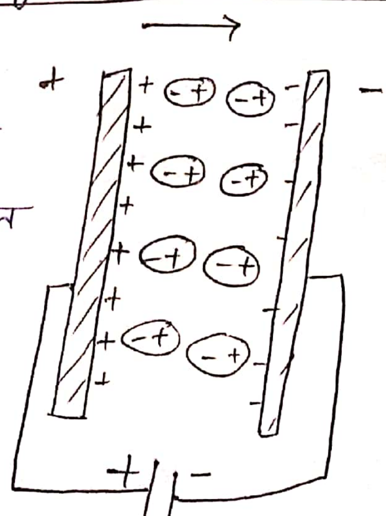
$$\Rightarrow D = \sigma_f$$

Relation b/w $\vec{D}$, $\vec{E}$ and $\vec{P}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}}$$

Molecular Interpretation of Clausius Mossotti equation :-

परावैद्युत माध्यम में संधारित्र के बीच उत्पन्न ~~आवेशों~~ विद्युत क्षेत्र E_0 दो प्रकार से विभाजित किया जा सकता है।



स्थूलस्तरीय विद्युत क्षेत्र:

$$\vec{E}_m = \frac{-P}{\varepsilon_0} \quad \text{—} (1)$$

(3) अणु के धनावेश व ऋणावेश के बीच विस्थापन, स्थानीय विद्युत क्षेत्र की तीव्रता पर निर्भर करता है।

अतः अणु मे प्रेरित द्विध्रुव आघूर्ण P_{in} स्थानीय विद्युत क्षेत्र E_{local} के अनुक्रमानुपाती होता है। अर्थात

$$\Rightarrow \vec{P}_{in} \propto \vec{E}_{local}$$

$$\Rightarrow \vec{P}_{in} = \alpha E_{local} \quad \text{— (2)}$$

$\vec{E}_{local}$ की गणना :-

$$\vec{E}_{local} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{in} + \vec{E}_p$$

जहाँ $E_{in} \Rightarrow$ स्थूल स्तरीय विद्युत क्षेत्र

$\vec{E}_0$ = Dielectric medium's electric field

$\vec{E}_p$ = Polarization electric field

$$\therefore \boxed{\vec{E}_{local} = \vec{E} + \frac{P}{3\varepsilon_0}} \quad \text{— (3)} \quad \left[\begin{array}{l} \vec{E}_{in} = -\vec{P}/\varepsilon_0 \\ \vec{E}_0 = E + \vec{P}/\varepsilon_0 \\ \vec{E}_p = \dfrac{\vec{P}}{3\varepsilon_0} \end{array}\right]$$

<u>Claussius Massauti Equation</u>:- यह समीकरण परावैद्युत पदार्थ की आण्विक ध्रुवणता (α) तथा उसकी विद्युत प्रवृत्ति (χ) एवं परावैद्युतांक में संबंध व्यक्त करता है।

[χ = जाई]

<u>Microscopic</u>-

$$\vec{P}_{in} = \alpha \vec{E}_{local}$$

समी॰ (3) में मान रखने पर:-

$$\vec{P}_{in} = \alpha\left(\vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}\right) \quad \text{— (4)}$$

Scanned with CamScanner

यदि परावैद्युत पदार्थ में प्रति एकांक अणुओं की संख्या n है, तो:-

Polarization Vector

$$\Rightarrow \vec{P} = n\,P_{in}$$

समी० (4) से मान रखने पर:-

$$\Rightarrow \vec{P} = n\alpha\left(E + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{P} = n\alpha E + \frac{n\alpha\vec{P}}{3\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \vec{P} - \frac{n\alpha\vec{P}}{3\epsilon_0} = n\alpha E$$

$$\Rightarrow \vec{P}\left(1 - \frac{n\alpha}{3\epsilon_0}\right) = n\alpha E$$

$$\Rightarrow \vec{P} = \frac{n\alpha E}{\left(1 - \frac{n\alpha}{3\epsilon_0}\right)} \quad \text{---} (5)$$

But we know that:-

$$\Rightarrow \vec{P} \propto \epsilon_0 E$$

$$\Rightarrow \vec{P} = \chi \cdot \epsilon_0 E \quad \text{---} (6)$$

$$\Rightarrow \chi = \frac{\vec{P}}{\epsilon_0 E}$$

समी० (5) से $\vec{P}$ का मान रखने पर:-

$$\Rightarrow \chi = \frac{\left(\frac{n\alpha E}{1 - \frac{n\alpha}{3\epsilon_0 E}}\right)}{\epsilon_0 E}$$

Scanned with CamScanner

(4)

$$\Rightarrow \chi = \frac{n\alpha \cancel{E} \times \frac{1}{\varepsilon_0 \cancel{E}}}{\cancel{1 - \frac{n\alpha}{\varepsilon_0 E}} \left(1 - \frac{n\alpha}{3\varepsilon_0}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\chi = \frac{\left(\frac{n\alpha}{\varepsilon_0}\right)}{\left(1 - \frac{n\alpha}{3\varepsilon_0}\right)}} \quad \text{— (7)}$$

समी० (7) परावैद्युत पदार्थ के विद्युत प्रवृति (χ) एवं α मे संबंध है।

<u>But we know that :-</u>

$$K - 1 = \chi$$

समी० (6) में χ का मान रखने पर :-

$$\vec{P} = \varepsilon_0 (K-1) E \quad \text{— (8)}$$

समी० (5) व (8) से:-

$$\Rightarrow \varepsilon_0 (K-1) \cancel{E} = \frac{n\alpha \cancel{E}}{1 - \frac{n\alpha}{3\varepsilon_0}}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_0 (K-1) = \frac{n\alpha}{1 - \frac{n\alpha}{3\varepsilon_0}}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_0 (K-1) \left[1 - \frac{n\alpha}{3\varepsilon_0}\right] = n\alpha$$

$$\Rightarrow \varepsilon_0 (K-1) - \varepsilon_0 (K-1) \frac{n\alpha}{3\varepsilon_0} = n\alpha$$

$$\Rightarrow \cancel{\varepsilon_0} (K-1) = n\alpha + \cancel{\varepsilon_0} (K-1) \frac{n\alpha}{3\cancel{\varepsilon_0}}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_0 (K-1) = n\alpha + (K-1) \frac{n\alpha}{3}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_0 (K-1) = n\alpha \left[1 + \frac{(K-1)}{3}\right]$$

$$\Rightarrow \varepsilon_0 (K-1) = n\alpha \left(\frac{K+2}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_0 (K-1) = \frac{n\alpha}{3}(K+2)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_0 = \frac{n\alpha}{3}\left(\frac{K+2}{K-1}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\varepsilon_0} = \frac{3}{n\alpha}\left(\frac{K-1}{K+2}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{3\varepsilon_0}{n}\left(\frac{K-1}{K+2}\right)} \quad \text{—— (9)}$$

V.Imp

स्थाई धारा के लिए सांतत्य समीकरण :-

(स्थाई धारा) Stready current :- किसी परिच्छेद से प्रति सेकण्ड गुजरने वाली आवेश को धारा कहते हैं।

$$I = \frac{q}{t} \quad \text{—— (1)}$$

विद्युत धारा धन आवेश प्रवाह की दिशा में तथा ऋण आवेश (e^-) के प्रवाह के विपरीत दिशा में बहती है।

यदि समय के साथ आवेश प्रवाह बदल रहा है तो माना dt समय में dq आवेश प्रवाह हो रहा है, तो :-

$$I = \frac{dq}{dt} \quad \text{—— (2)}$$

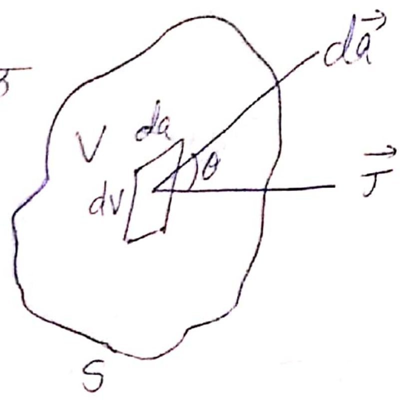
(समय के साथ आवेश में परिवर्तन हो रहा है तो इसे विद्युत धारा कहते है।) इसे अस्थायी धारा भी कहते हैं।

Rate of flow of charge is called electric current.

यदि धारा समय के साथ नहीं बदलता हो तो इसे स्थायी धारा कहते हैं।

धारा घनत्व (Current Density) :-

माना एक V आयतन का क्षेत्र S है तथा बंद पृष्ठ का आयतन dV है पृष्ठ की दिशा $d\vec{a}$ है। अतः पृष्ठ में धारा के घनत्व का गणना करना है।



J = धारा घनत्व है

तथा da क्षेत्रफल है।

da क्षेत्रफल में धारा

$$dI = \vec{J}\cdot d\vec{a}$$

संपूर्ण पृष्ठ S में प्रवाहित धारा

$$I = \iint_S \vec{J}\cdot d\vec{a} \quad \text{—— (1)}$$

$\boxed{\text{धारा का मात्रक Ampere } m^2 \text{ है।}}$

यदि धारा स्थायी हो तो धारा नियत होगा।

$$J = \text{नियत} = K$$

समी० (1) से :-

$$\iint_S \vec{J}\cdot d\vec{a} = K \quad \text{—— (2)}$$

According to Gauss's divergence theorem :-

$$\iint_S \vec{J}\, d\vec{a} = \iiint_V \text{div}\, \vec{J}\cdot d\vec{V}$$

~~समी~~ Putting the value in eq^n (1) :-

$$K = \iiint_V \text{div}\, \vec{J}\cdot d\vec{V}$$

Differentiation करने पर :-

$$\Rightarrow \boxed{0 = \text{div } J} \quad \text{—— (3)}$$

समी० (3) से स्पष्ट है कि divergence $\vec{J}$ अर्थात् net flux या किरण 0 है चूंकि ये स्थायी धारा है, इसे स्थायी धारा का सांतत्य समी० कहते हैं।

* Kircoff's Law :- पीछे पढ़ चुके हैं।

Scanned with CamScanner